

# الفصل التاسع

## الشغل والقدرة والطاقة

(١) الشغل ..... صفحة ٣٨

(٢) القدرة ..... صفحة ٤٢

(٣) طاقة الحركة ..... صفحة ٤٥

(٤) مبدأ الشغل والطاقة ..... صفحة ٤٧

(٥) طاقة الوضع ..... صفحة ٥١

(٦) نظري الديناميكا ..... صفحة ٥٤

## أولاً : الشغل

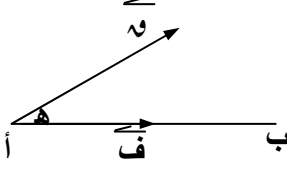
تعريف : الشغل المبذول بواسطة قوة :

إذا أثرت قوة ثابتة  $\vec{F}$  في جسيم فحركته من موضع ابتدائي ( أ ) إلى موضع نهائي ( ب ) فإن : حاصل الضرب القياسي لمتجه القوة في متجه الإزاحة بين الموضعين هو الشغل الذي بذلته القوة .

إذا رمزنا لمتجه الإزاحة بالرمز  $\vec{d}$  والشغل المبذول بالرمز  $W$  فإن :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \times d \times \cos \theta$$

حيث  $\theta$  قياس الزاوية الصغرى بين  $\vec{F}$  ،  $\vec{d}$



ملاحظات هامة :

- (١) الشغل كمية قياسية قد يكون موجباً أو سالباً أو صفراً .
- (٢) الشغل لا يتوقف على المسار الذي سلكه الجسم في الانتقال من الموضع الابتدائي إلى الموضع النهائي . بل يتوقف فقط على هذين الموضعين .
- (٣) إذا تحرك جسيم من موضع ما ثم عاد إلى نفس الموضع ، فإن الشغل المبذول خلال المسار يساوي الصفر .
- (٤) عندما يكون الشغل المبذول سالباً فإننا نسميه شغلاً مقاوماً ( مثل شغل المقاومة أو الاحتكاك ) .
- (٥) إذا حدثت للجسم إزاحات متتاليتين تحت تأثير قوة ما ، فإن : الشغل المبذول خلال الإزاحة المحصلة يساوي مجموع الشغل المبذول خلال كل منهما .

حساب الشغل إذا كان متجه القوة يوازي متجه الإزاحة :

في هذه الحالة نستخدم القياسات الجبرية فيكون :  $W = F \times d$

(١) يكون الشغل موجباً إذا كان كل من  $\vec{F}$  ،  $\vec{d}$  لهما نفس الاتجاه

(٢) يكون الشغل سالباً إذا كان  $\vec{F}$  ،  $\vec{d}$  متضادين في الاتجاه .

وحدات قياس الشغل :

أولاً : الوحدات المطلقة : نيوتن . متر = جول ، داین . سم = إرج

ثانياً : الوحدات التثاقلية : ث كجم . متر = ٩.٨ نيوتن . متر = ٩.٨ جول ، ث جم . سم

ملاحظة : الجول = ١٠<sup>٧</sup> إرج

ملاحظة هامة :

إذا تحرك جسيم على مستوى مائل فإن :

الشغل المبذول بواسطة قوة الوزن = الشغل المبذول بواسطة مركبة الوزن الموازية لخط أكبر ميل للمستوى .

مثال (١) : تؤثر القوة  $\vec{F} = -\vec{S} + ٥\vec{V}$  على جسيم . فإذا تحرك الجسم من النقطة ٢ = ( ١ ، ٢ ) إلى النقطة

ب = ( ٤ ، ٥ ) على خط مستقيم ثم إلى النقطة ج = ( ٨ ، ٢ ) على خط مستقيم أيضاً .

احسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال كل من الإزاحتين ثم حقق أن مجموع الشغلين يساوي الشغل المبذول خلال الإزاحة المحصلة .

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ف} = \text{ب} - \text{ب} = 3 - 3 = 0 \text{ ص} \\ \text{ف} = \text{ب} - \text{ج} = 3 - 2 = 1 \text{ ص} , \text{ف} = \text{ج} - \text{د} = 3 - 6 = -3 \text{ ص} \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} = (-3 - 5 \text{ ص}) \odot (3 + 3 \text{ ص}) = -10 + 3 = -7 \text{ وحدة شغل} \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} = (-5 - 3 \text{ ص}) \odot (2 - 3 \text{ ص}) = -10 + 2 = -8 \text{ وحدة شغل} \\ \therefore \text{ش} + \text{ش} = 17 + 17 = 34 \text{ وحدة شغل} \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} = (-5 - 3 \text{ ص}) \odot (6 + 3 \text{ ص}) = -30 + 1 = -29 \text{ وحدة شغل} \\ \therefore \text{ش} = \text{ش} + \text{ش} \end{aligned}$$

مثال (٢) : احسب الشغل المبذول في تحريك جسم كتلته ٢٠٠ جم مسافة ٨٠ سم بعجلة مقدارها ٥ سم / ث<sup>٢</sup> مقدراً بالإرج

الحل :

$$\begin{aligned} \text{ه} = \text{ك} - \text{ج} = 200 \times 5 = 1000 \text{ دايين في نفس اتجاه الإزاحة} \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} = 80 \times 1000 = 80000 \text{ إرج} \end{aligned}$$

مثال (٣) : أثرت قوة على جسم ساكن كتلته ٤ كجم فتتحرك في خط مستقيم بعجلة ٠,٤٩ متر/ ث<sup>٢</sup> . فإذا كان الشغل الذي بذلته القوة يساوي ٢٠ ث كجم . متر . فأوجد المسافة التي تحركها الجسم بالأمتار .

الحل :

$$\begin{aligned} \therefore \text{ه} = \text{ك} - \text{ج} \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} \\ \therefore 20 = 4 \times 0,49 \times \text{ف} \\ \therefore \text{ف} = 100 \text{ متر} \end{aligned}$$

مثال (٤) : جسم كتلته ٤ كجم موضع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° . أوجد مقدراً بالجول الشغل الذي تبذله قوة الوزن عندما يتحرك الجسم مسافة ٥ أمتار على خط أكبر ميل للمستوى إلى أسفل .

الحل :

$$\begin{aligned} \text{الشغل المبذول} = \text{الشغل الذي تبذله مركبة الوزن الموازية لخط أكبر ميل} \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} = 5 \times 2 \sqrt{2} = 5 \times 2 \sqrt{10} = 10 \sqrt{10} = 9,8 \times 2 \sqrt{98} = 392 \text{ جول} \end{aligned}$$

حل آخر :

$$\begin{aligned} \text{المسافة الرأسية التي تحركها} = 5 \text{ جا } 45^\circ \\ \therefore \text{ش} = \text{ه} \odot \text{ف} = 9,8 \times 5 \text{ جا } 45^\circ = 392 \text{ جول} \end{aligned}$$

ملاحظة هامة :

إذا كان الشغل المبذول من القوة ه لقطع مسافة ف = ه × ف  
فإن : الشغل المبذول ضد القوة ه لقطع مسافة ف = - ه × ف

مثال (٥) : قطار كتلته ١٠٠ طن يتحرك إلى أعلى مستوى يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  فإذا كانت مقاومة المستوى لحركة القطار تعادل ١٥ ث كجم لكل طن من كتلة القطار ، فأوجد مقدار الشغل المبذول بثقل الطن . متر لقطع مسافة قدرها ١٠ كم :

(أولاً) ضد وزن القطار  
(ثانياً) ضد المقاومة لحركة القطار .

الحل

(أولاً) الشغل المبذول من وزن القطار = - ك ء جا هـ × ف  

$$= - 100 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10000 = - 5000 \text{ ث طن . متر}$$
 ∴ الشغل المبذول ضد وزن القطار = ٥٠٠٠ ث طن . متر  
 (ثانياً) الشغل المبذول من المقاومة = - م × ف  
 ∴ الشغل المبذول ضد المقاومة = م × ف =  $10000 \times \frac{100 \times 15}{1000} = 1500 \text{ ث طن . متر}$

### تمارين (٤-١)

(١) تحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير القوة  $\vec{F} = 4\vec{s} - 3\vec{s}$  من النقطة ٢ = (٤ ، ٧) إلى النقطة و نقطة الأصل حيث  $\vec{s}$  ،  $\vec{s}$  متجه وحدة متعامدين . عين الشغل المبذول .  
 [ الجواب : - ١٦ وحدة شغل ]

(٢) تحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير القوة  $\vec{F} = 12\vec{s} - 8\vec{s}$  حيث  $\vec{s}$  ،  $\vec{s}$  متجه وحدة متعامدين من النقطة ٢ = (٣ ، ٢) إلى النقطة ب = (٢ ، ٢) ثم من النقطة ب إلى النقطة ج = (٦ ، ٥) في خط مستقيم . أوجد الشغل المبذول بواسطة القوة  $\vec{F}$  خلال كل من الإزاحتين ٢ ب ، ب ج وقارن بينهما وبين الشغل المبذول من القوة  $\vec{F}$  خلال الإزاحة ٢ ج .  
 [ الجواب : - ٤٤ ، ٤ ، - ٤٠ وحدة شغل ]

(٣) تحرك جسم متجه إزاحته  $\vec{F} = 15\vec{s} + (490 - 49\vec{s})$  وكتلته ١٠ كجم . أثبت أن الجسم يتحرك تحت تأثير قوة ثابتة . ثم أوجد الشغل المبذول من القوة  $\vec{F}$  بعد ١٠ ثوان من بدء الحركة إذا كانت ف بالمتر ، ن بالثانية .  
 [ الجواب : صفر ]

(٤) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير قوة  $\vec{F} = 2\vec{s} + \vec{s}$  وكان متجه موضع الجسم عند لحظة زمنية  $\vec{s}$  يعطى من العلاقة :  $\vec{r} = (\frac{3}{4}\vec{s} - 1 + \vec{s}) + (\vec{s} + 2\vec{s} + 3 - \vec{s})$  حيث  $\vec{s}$  ،  $\vec{s}$  متجه وحدة متعامدين ، معيار  $\vec{F}$  بالنيوتن ، ووحدة المسافة بالمتر . احسب الشغل المبذول في الفترة من  $\vec{s} = 1$  ث إلى  $\vec{s} = 4$  ث .  
 [ الجواب : ٢ = ٦ ، ب = ٨ ، ش = ٣٨١ جول ]

(٥) أثرت قوة مقاديرها ١٨ نيوتن على جسيم ، أوجد الشغل الذي تبذله هذه القوة بالجول لتحريك هذا الجسيم ٢٠ متراً  
 (أولاً) في اتجاه القوة .  
 (ثانياً) في اتجاه يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع اتجاه القوة .  
 (ثالثاً) في اتجاه عمودي على القوة .  
 (رابعاً) في اتجاه مضاد لاتجاه القوة .

[ الجواب : ٣٦٠ ، ١٨٠ ، ٠ ، - ٣٦٠ جول ]

(بقية التمارين بالصيغة القادمة)

(٦) احسب الشغل المبذول لتحريك جسيم كتلته ١٠٠ جم مسافة ٨٠ سم فى الحالات الآتية :

( أولاً ) رأسياً إلى أعلى .

( ثانياً ) على مستوى أفقى ضد مقاومات قدرها ٢٠ ث جم .

( ثالثاً ) لأعلى منحدر أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{5}{8}$  .

( رابعاً ) لأعلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بسرعة منتظمة إذا كانت مقاومة المستوى له ١٥ ث جم .

[ الجواب : ٨٠٠٠ ، ١٦٠٠ ، ٥٠٠٠ ، ٥٢٠٠ ث جم . سم ]

(٧) أطلقت رصاصة كتلتها ١٠٠ جم على هدف ثابت كتلته ٩٠٠ جم موضع على مستوى أفقى فاستقرت فيه وتحركا معاً مسافة ٥ سم

حتى سكن . فإذا كان الشغل المبذول ضد المقاومة ٢٥٠٠ ث جم . سم ، فأوجد سرعة الرصاصة قبل إصابتها الهدف مباشرة .

[ الجواب : ٧ متر/ ث ]

(٨) سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{100}$  ضد مقاومات تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من كتلة

السيارة فاكسبت سرعة مقدارها ٥٠,٤ كم / س فى ١٠ ثوان . احسب الشغل المبذول :

( أولاً ) من قوة محرك السيارة .

( ثانياً ) من قوة المقاومات .

( ثالثاً ) من وزن السيارة .

( رابعاً ) ضد وزن السيارة .

(٩) جسم ساكن كتلته ٥٠ كجم موضع على مستوى أفقى ، شد الجسم بحبل فتحرك الجسم فى اتجاه ثابت فإذا كانت قوة الشد

$13\frac{1}{3}$  ث كجم وتميل على اتجاه حركة الجسم بزاوية ظلها  $\frac{4}{3}$  . فإذا كان الشغل الذى بذلته قوة الشد خلال ٣ ثوان من بدء

الحركة يساوى ٢٥٢٨ ث كجم . سم فأوجد :

( أولاً ) المسافة التى تحركها الجسم

( ثانياً ) عجلة الحركة .

( ثالثاً ) المقاومة .

[ الجواب : ٤٤١ سم ، ٠,٩٨ متر/ ث<sup>٢</sup> ، ٣ ث كجم ]

(١٠) وضع جسم كتلته ٥ كجم على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° . أثرت عليه قوة  $\sqrt{5}$  مقدارها ٥ ث كجم

تقع فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى وتميل عليه بزاوية قياسها ٣٠° إلى أعلى فتحرك الجسم إلى أعلى مسافة

٤ متر . احسب الشغل المبذول بالجول بواسطة كل من :

( أولاً ) القوة .

( ثانياً ) وزن الجسم .

[ الجواب : ٢٩٤ جول ]

[ الجواب : ٩٨ جول ]

## ثانياً : القدرة Power

تعريف القدرة :

هى المعدل الزمنى لبذل الشغل ، أو هى الشغل المبذول فى وحدة الزمن . ∴ القدرة =  $\frac{ش}{ص}$

القدرة = حاصل ضرب القياسين الجبريين لمتجهى القوة والسرعة

∴ القدرة =  $\frac{ش}{ص}$  ، القدرة =  $ع \times و$

وحدات قياس القدرة :

أولاً : الوحدات المطلقة : إرج / ث ، نيوتن . متر / ث = جول / ث = وات

ثانياً : الوحدات التثاقلية : ث جم . سم / ث ، ث كجم ، متر / ث

ثالثاً : الوحدات العملية : الحصان = ٧٥ ث كجم . متر / ث

= ٧٥ × ٩.٨ نيوتن / ث = ٧٣٥ جول / ث = ٧٣٥ وات

ملاحظة : للتحويل من ( ث كجم . متر / ث ) إلى ( حصان ) نقسم على ٧٥

رابعاً : الوحدات الكهربائية : الوات = نيوتن . متر / ث = جول / ث = ١٠ إرج

الكيلووات = ١٠٠٠ وات = ١٠ إرج

ملاحظات هامة :

(١) نحسب القدرة عند لحظة معينة ، أما الشغل فنحسبه بين لحظتين متتاليتين

(٢) إذا كان الجسم يتحرك بأقصى سرعة فإن :

قدرة الآلة ثابتة = أقصى قدرة للآلة =  $ع \times و$

(٣) إذا كان الجسم يتحرك بسرعة متغيرة فإن :

القدرة متغيرة من لحظة لأخرى ( القدرة اللحظية )

مثال (١) : قطار كتلته ١٢٠ طن يتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة ٧٢ كم / س فإذا كانت المقاومات لحركته ١٠ ث كجم لكل طن من كتلة القطار فأوجد قدرة الآلة المحركة للقطار بوحدة الحصان .

الحل :

∴ السرعة منتظمة ∴  $م = و$

∴  $١٠ = و = ١٢٠ \times ٧٢$  ث كجم

، القدرة =  $ع \times و = \frac{٥}{١٨} \times ٧٢ \times ١٢٠ = ٢٤٠٠٠$  ث كجم . متر / ث =  $\frac{٢٤٠٠٠}{٧٥} = ٣٢٠$  حصان

مثال (٢) : يصعد رجل كتلته ٨٠ كجم أربعة أدوار من منزل فى مدة زمنية قدرها ٣ ث . فإذا كان ارتفاع الدور ٣ متر . فما قدرة الرجل بوحدة الوات .

الحل :

الشغل المبذول ضد الجاذبية =  $ك \times ف = ٨٠ \times ٩.٨ \times (٣ \times ٤) = ٩٤٠٨$  ث كجم . متر / ث = ٩٤٠٨ وات

القدرة =  $\frac{ش}{ص} = \frac{٩٤٠٨}{٣} = ٣١٣٦$  وات

مثال (٣) : تطير طائرة أفقياً تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها . فإذا كان مقدار المقاومة ٤٠٠ ث كجم عندما كانت سرعة الطائرة ٢٠٠ كم / س وكانت أقصى سرعة للطائرة ٣٠٠ كم / س . احسب قدرة الطائرة :  
( أولاً ) بالحصان .  
( ثانياً ) بالكيلووات .

الحل :

$$\therefore m \propto v^2 \quad \therefore \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \quad \therefore \frac{200^2}{300^2} = \frac{400}{m_2} \quad \therefore m_2 = 900 \text{ ث كجم}$$

عند أقصى سرعة يكون  $v = 300$  م .

$$\therefore \text{قدرة الطائرة} = v \times m = 300 \times 900 = \frac{5}{18} \times 300 \times 900 = 75000 \text{ ث كجم} \cdot \text{متر} / \text{ث} = 1000 \text{ حصان}$$

$$\therefore \text{الحصان} = 0,735 \text{ كيلووات} \quad \therefore \text{القدرة} = 0,735 \times 1000 = 735 \text{ كيلووات}$$

مثال (٤) : قطار كتلته ٢٠٠ طن يصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{3}$  بسرعة منتظمة مقدارها ٢٧ كم / س ضد مقاومات للحركة موازية لاتجاه خط أكبر ميل للمستوى بمعدل ١٨ ث كجم لكل طن من الكتلة . فما قدرة القاطرة بالحصان ؟ وإذا هبط القطار على المنحدر بنفس السرعة فكم تكون قدرة القاطرة بفرض ثبوت المقاومة فى الحالتين .

الحل :

أولاً : القطار صاعد :

معادلة الحركة هى :  $m + w = 0$  لأن السرعة منتظمة

$$\therefore 200 \times 18 + \frac{1}{3} \times 1000 \times 200 + 200 \times 18 = 0$$

$$\therefore \text{القدرة} = v \times m = 27 \times \frac{5}{18} \times 4600 = 34500 \text{ ث كجم} \cdot \text{متر} / \text{ث} = \frac{34500}{75} = 460 \text{ حصان}$$

ثانياً : القطار هابط :

$m - w = 0$  لأن السرعة منتظمة

$$\therefore 200 \times 18 - \frac{1}{3} \times 1000 \times 200 + 200 \times 18 = 0$$

$$\therefore \text{القدرة} = v \times m = 27 \times \frac{5}{18} \times 2600 = 19500 \text{ ث كجم} \cdot \text{متر} / \text{ث} = \frac{19500}{75} = 260 \text{ حصان}$$

مثال (٥) : سيارة كتلتها ٥ طن تتحرك بأقصى سرعة لها ومقدارها ٥٤ كم / س صاعدة طريقاً منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{3}$  . عادت السيارة وهبطت على الطريق نفسه بأقصى سرعة لها ١٠٨ كم / س . عين مقدار مقاومة الطريق للحركة بفرض أنها لم تتغير طوال الوقت ، ثم أوجد قدرة محرك السيارة بالحصان .

الحل :

$$54 \text{ كم} / \text{س} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ متر} / \text{ث} , 108 \text{ كم} / \text{س} = 108 \times \frac{5}{18} = 30 \text{ متر} / \text{ث} , \text{و} = 5000 \text{ ث كجم}$$

أولاً : السيارة صاعدة :  $m + w = 0$  لأن الحركة بأقصى سرعة

$$\therefore \text{القدرة} = (m + w) \times 15 \dots \dots \dots (١)$$

ثانياً : السيارة هابطة :  $m - w = 0$  لأن الحركة بأقصى سرعة

$$\therefore \text{القدرة} = (m - w) \times 30 \dots \dots \dots (٢)$$

$$\therefore (m + w) \times 15 = (m - w) \times 30$$

ومنها  $m = 150$  ث كجم

وبالتعويض فى (١) :  $\therefore \text{القدرة} = (150 + 5000) \times \frac{1}{3} = 15 \times 3000 = 45000 \text{ ث كجم} \cdot \text{متر} / \text{ث} = 40 \text{ حصان}$

## تمارين (٤ - ٢)

- (١) تتحرك شاحنة كتلتها ٦ طن صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{100}$  بأقصى سرعة لها ٦٣ كم / س .  
احسب قوة محرك الشاحنة ومقدار مقاومة المنحدر لكل طن من كتلة الشاحنة علماً بأن قدرة المحرك ٢١٠ حصاناً .  
[ الجواب : ٩٠٠ ث كجم ، ١٤٠ ث كجم ]
- (٢) سيارة كتلتها ٥ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠,٠١ بسرعة منتظمة مقدارها ٣٦ كم / س .  
أوجد بالحصان قدرة محرك السيارة علماً بأن المقاومات تعادل ٢٠ ث كجم لكل طن من الكتلة . وإذا أوقف محرك السيارة فأوجد الزمن الذى عنده تسكن السيارة لحظياً من لحظة إيقاف المحرك .  
[ الجواب : ٢٠ حصان ، ٣,٤ ث ]
- (٣) قطار كتلته ١١٢ طن وقوة قاطرته ٥٦٠٠ ث كجم يتحرك فى طريق افقى فإذا كانت المقاومة لحركة القطار تتناسب مع مربع سرعته وعلم أن المقاومة كانت ٣٢ ث كجم لكل طن من الكتلة عندما كانت سرعته ٦٠ كم / س .  
احسب أقصى سرعة يمكن لهذا القطار أن يسير بها وكذلك قدرة محركه بالحصان .  
[ الجواب : ٧٥ كم / س ،  $\frac{14000}{9}$  حصان ]
- (٤) تحركت شاحنة كتلتها ٦ طن بأقصى سرعة لها وقدرها ٥٤ كم / س صاعدة منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{100}$  .  
حملت بشحنة إضافية كتلتها ١,٥ طن وعادت لتتباطئ على نفس المنحدر وكانت أقصى سرعة لها عندئذ ١٠٨ كم / س .  
أوجد بثقل الكجم مقدار المقاومة بفرض ثبوتها ثم احسب قدرة محرك الشاحنة .  
[ الجواب : ٢١٠ ث كجم ، ٥٤ حصان ]
- (٥) تحركت سيارة كتلتها ٦ طن بأقصى سرعة لها وقدرها ٢٧ كم / س صاعدة طريق منحدر مقاومته ثابتة ٩٠ ث كجم ويميل الطريق المنحدر على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{100}$  . أوجد قدرة محرك السيارة بالحصان وكذلك أوجد أقصى سرعة تباطئ بها السيارة نفس المنحدر علماً بأن المقاومة لم تتغير .  
[ الجواب : ١٥ حصان ، ١٣٥ كم / س ]
- (٦) تتحرك سيارة كتلتها ٢ طن وقدرة ألها ٢٠ حصان على طريق أفقى تتناسب فيه قوة المقاومة للحركة طردياً مع مقدار السرعة فإذا كانت أقصى سرعة للسيارة على هذا الطريق هى ٩٠ كم / س . فما مقدار المقاومة عن كل طن للسيارة عندما تتحرك بسرعة ١٨ كم / س .  
[ الجواب : ٦ ث كجم ]
- (٧) سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها  $\frac{1}{100}$  بأقصى سرعة لها وقدرها ٩٠ كم / س ضد مقاومات تعادل ١٥ ث كجم لكل طن من الكتلة . احسب قدرة محرك السيارة بالحصان .  
[ الجواب : ٥٠ حصان ]
- (٨) سيارة كتلتها طن واحد تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٥٤ كم / س على طريق أفقى وإذا صعدت بنفس سرعتها السابقة طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها  $\frac{1}{6}$  فأوجد الزيادة فى قدرة محرك السيارة بالحصان بفرض أن المقاومة واحدة فى الحالتين .  
[ الجواب : ٤ حصان ]
- (٩) تسير سيارة كتلتها ٢,٧ طن على طريق أفقى بأقصى سرعة لها ١٠٠ كم / س وعندما وصلت إلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها ٠,٠٥ أوقف السائق المحرك فتحركت إلى أسفل المنحدر بنفس السرعة . فإذا كانت المقاومة ثابتة فأوجد قدرة المحرك بالحصان .  
[ الجواب : ٥٠ حصان ]
- (١٠) تطير طائرة فى مسار أفقى تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها ، وكان مقدار المقاومة ٢٤٠ ث كجم عندما كانت سرعة الطائرة ٢٠٠ كم / س ، وكانت أقصى سرعة للطائرة هى ٣٠٠ كم / س . أوجد قدرة محركاتها بالحصان .  
[ الجواب : ٦٠٠ حصان ]
- (١١) سيارة كتلتها طن واحد ، إذا أوقف محركها فإنها تباطئ بسرعة منتظمة على طريق منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠,١ .  
احسب مقاومة الطريق بثقل الكيلوجرام . وإذا صعدت السيارة على نفس المنحدر بأقصى سرعة لها ومقدارها ٢١,٦ كم / س فأوجد قدرة محرك السيارة بالحصان بفرض أن مقاومة الطريق لم تتغير .  
[ الجواب : ١٠٠ ث كجم ، ١٦ حصان ]



## ثالثاً : طاقة الحركة kinetic Energy

تعريف : طاقة حركة جسيم هي نصف حاصل ضرب كتلة الجسيم  $\times$  مربع معيار سرعته ورمزها ( ط )

$$\therefore \text{ط} = \frac{1}{2} \times \|\vec{v}\|^2, \quad \text{ط} = \frac{1}{2} \text{ك} \times \vec{v} \cdot \vec{v}, \quad \text{ط} = \text{كمية موجبة دائماً}$$

وحدة قياس طاقة الحركة = وحدة قياس الشغل = ( دايـن . سم = إرج ) أ، ( نيوتن . متر = جول )

تنبيه هام :

عند حساب طاقة حركة جسيم يجب الالتزام بالوحدات الآتية :

$$(1) \text{ط (إرج)} = \frac{1}{2} \text{ك (جم)} \times \vec{v}^2 \text{ (سم}^2 \text{/ ث}^2)$$

$$(2) \text{ط (جول)} = \frac{1}{2} \text{ك (كجم)} \times \vec{v}^2 \text{ (متر}^2 \text{/ ث}^2)$$

ملاحظة : التغير في طاقة الحركة = طاقة الحركة النهائية - طاقة الحركة الابتدائية = ط - ط.

مثال (١) : يتحرك جسيم كتلته ٤٠٠ جم بسرعة  $\vec{v} = 5\hat{i} + 12\hat{j}$  حيث  $\hat{i}$ ،  $\hat{j}$  متجهي وحدة متعامدان . أوجد طاقة حركة هذا الجسيم علماً بأن مقدار السرعة مقاس بوحدة السم / ث .

الحل :

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = (5\hat{i} + 12\hat{j}) \cdot (5\hat{i} + 12\hat{j}) = 25 + 144 = 169$$

$$\therefore \text{ط} = \frac{1}{2} \text{ك} (\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{1}{2} \times 169 \times 400 = 33800 \text{ إرج}$$

مثال (٢) : يتحرك جسم بسرعة  $\vec{v} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$  حيث  $\hat{i}$ ،  $\hat{j}$  متجهي وحدة متعامدان . ومقدار السرعة مقاس بوحدة المتر / ث . عين كتلة هذا الجسم علماً بأن طاقة حركته تساوي ٢٦ جول .

الحل :

$$\vec{v} = 2\hat{i} - 3\hat{j} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{v} = 4 + 9 = 13 \quad \therefore \text{ط} = \frac{1}{2} \text{ك} \times 13 \quad \therefore \text{ك} = 4 \text{ كجم}$$

مثال (٣) : قارن بين طاقة حركة رصاصة كتلتها ٤٠ جم تتحرك بسرعة  $\vec{v} = 100\hat{i} - 50\hat{j}$  حيث  $\hat{i}$ ،  $\hat{j}$  متجهي وحدة متعامدان ومقدار السرعة مقاس بوحدة المتر / ث وبين طاقة حركة سيارة كتلتها ١٠٠٠ كجم تتحرك بسرعة مقدارها ١٨ كم / س . وما الفرق بينهما بالجول .

الحل :

$$\vec{v} = 100\hat{i} - 50\hat{j} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{v} = 10000 + 2500 = 12500 \quad \therefore \text{ط} = \frac{1}{2} \text{ك} \times 12500 = 2500 \text{ جول}$$

$$\text{طاقة حركة السيارة} = \frac{1}{2} \text{ك} \times \left( \frac{18}{3.6} \right)^2 \times 1000 = 12500 \text{ جول}$$

$$\therefore \text{طاقة حركة السيارة أكبر من طاقة حركة الرصاصة بمقدار} = 12500 - 2500 = 10000 \text{ جول}$$

مثال (٤) : قذف جسيم كتلته ١٠٠ جم على مستوى أفقى بسرعة ١٢ متر / ث فتتحرك بتقصير منتظم مقداره ١,٥ متر / ث<sup>٢</sup> . أوجد طاقة حركته بعد ٤ ثوان من لحظة قذفه وكذلك التغير في طاقة حركته .

الحل :

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \sim \therefore \text{ع} = 12 - 1,5 \times 4 = 6 \text{ متر/ث}$$

$$\therefore \text{طاقة الحركة} = \frac{1}{2} \text{ك} \text{ع}^2 = \frac{1}{2} \times 36 \times 0,1 \times \frac{1}{4} = 1,8 \text{ جول}$$

$$\therefore \text{طاقة الحركة الابتدائية} = \frac{1}{2} \text{ك} \text{ع}^2 = \frac{1}{2} \times 144 \times 0,1 \times \frac{1}{4} = 7,2 \text{ جول}$$

$$\therefore \text{التغير في طاقة حركة الجسم} = \text{ط} - \text{ط} = 7,2 - 1,8 = 5,4 \text{ جول (طاقة الحركة المفقودة)}$$

مثال (٥) : قذف جسم كتلته ٢٠٠ جم بسرعة ١٤,٧ متر/ث على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° لأعلى . أوجد طاقة حركة هذا الجسم بعد ٥ ثوان من لحظة قذفه وكذلك التغير في طاقة حركته .

الحل :

$$\therefore \text{الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط لأعلى} \therefore \text{ج} = \text{د} + \text{هـ} = - 4,9 \text{ متر/ث}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \sim \therefore \text{ع} = 14,7 - 5 \times 4,9 = - 9,8 \text{ متر/ث}$$

(ملاحظة : الإشارة السالبة تعنى أن الجسم بعد ٥ ثوان يكون عائداً لأسفل بسرعة ٩,٨ متر/ث)

$$\text{طاقة الحركة} = \frac{1}{2} \text{ك} \text{ع}^2 = \frac{1}{2} \times (9,8) \times 0,2 \times \frac{1}{4} = 9,604 \text{ جول}$$

$$\text{طاقة الحركة الابتدائية} = \frac{1}{2} \text{ك} \text{ع}^2 = \frac{1}{2} \times (14,7) \times 0,2 \times \frac{1}{4} = 21,609 \text{ جول}$$

$$\therefore \text{التغير في طاقة الحركة} = \text{ط} - \text{ط} = 21,609 - 9,604 = 12,005 \text{ جول}$$

#### تمارين (٤-٣)

(١) يتحرك جسم كتلته ٥ كجم بسرعة ١٦٠ سم/ث . احسب قيمة طاقة حركته بوحدتى الجول والإرج .

[ الجواب : ٦,٤ جول ، ٦٤٠٠٠٠٠٠ إرج ]

(٢) سقط جسم كتلته ٤ كجم من ارتفاع ٢,٥ متراً عن سطح الأرض . أوجد طاقة حركته لحظة وصوله للأرض .

[ الجواب : ٩٨ جول ]

(٣) تتحرك رصاصة كتلتها ٦٠ جم . أوجد سرعتها إذا كانت طاقة حركتها ١٢٠٠ جول .

[ الجواب : ٢٠٠ متر/ث ]

(٤) ترك جسم كتلته ٢٠٠ جم ليتحرك من سكون من قمة مستوى مائل أملس طوله ١٠ متر ويميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° . أوجد طاقة حركته عندما يصل إلى قاعدة المستوى .

[ الجواب : ٩,٨ جول ]

(٥) قذف جسم كتلته ١,٥ كجم بسرعة ٢ متر/ث على خط أكبر ميل لمستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠,١ ولأعلى . أوجد طاقة حركة الجسم بعد ٥ ثوان من لحظة قذفه . وكذلك التغير في طاقة حركته .

[ الجواب : ٦,٣٠٧٥ ، ٣,٣٠٧٥ جول ]

(٦) يتحرك جسم بسرعة  $\vec{ع} = \vec{س} + ٧ \vec{ص}$  حيث  $\vec{س}$  ،  $\vec{ص}$  متجهتا وحدة متعامدان ومقدار السرعة مقاس بوحدة المتر/ث .

عين كتلة هذا الجسم إذا علم أن طاقة حركته تساوى ٧٥ نيوتن . متر .

[ الجواب : ٣ كجم ]

# مبدأ الشغل والطاقة Principle of Work and Energy

التغير في طاقة حركة جسيم عند إنتقاله من موضع إبتدائي إلى موضع نهائى يساوى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة عليه خلال الإزاحة بين هذين الموضعين .

$$\therefore \text{ط} - \text{ط} = \text{ش}$$

حيث ط = طاقة الحركة عند الموضع الابتدائي

ط = طاقة الحركة عند الموضع النهائي

ش = الشغل الذى تبذله القوة خلال الازاحة بين هذين الموضعين

ملاحظة :

مبدأ الشغل والطاقة يمكن كتابته بالصورة :  $\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}^2) = \text{ف} \times \text{د}$

(١) الطرف الأيمن يسمى : الزيادة فى طاقة الحركة أو طاقة الحركة المكتسبة إذا كان :  $\text{ع} < \text{ع}$

(٢) الطرف الأيمن يسمى : النقص فى طاقة الحركة أو طاقة الحركة المفقودة إذا كان :  $\text{ع} > \text{ع}$

(٣)  $\text{ش} = \text{ك} \times \text{د} =$  مجموع القياسات الجبرية للقوى المؤثرة على الجسيم

(٤) يجب مراعاة أن تكون وحدات قياس طاقة الحركة هى نفسها وحدات قياس الشغل كالاتى :

$$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{كجم}) \times (\text{ع}^2 - \text{ع}^2) (\text{متر/ث}^2) = \text{ش} (\text{نيوتن}) \times \text{د} (\text{متر})$$

$$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{كجم}) \times (\text{ع}^2 - \text{ع}^2) (\text{سم/ث}^2) = \text{ش} (\text{ديناين}) \times \text{د} (\text{سم})$$

وتستخدم هذه العلاقة على نطاق واسع لحساب  $\text{ش}$  ، ف أ ، ع مباشرة كبديل لقانون نيوتن الثانى وذلك فى المسائل التى يذكر فيها أن الجسم قد قطع مسافة معينة (بذل شغل) وخاصة مسائل إختراق جسم لحاجز .

نتيجة هامة :

إذا بدأ جسيم حركته من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع فإن طاقة حركته النهائية تساوى طاقة حركته الابتدائية

مثال (١) : استخدم مبدأ الشغل والطاقة لإيجاد العلاقة بين السرعة والإزاحة فى حالة المقذوف الرأسى تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية .

الحل :

$$\therefore \text{ط} - \text{ط} = \text{ش} \quad \therefore \frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}^2) = \text{ف} \times \text{د}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}^2) = \text{ك} \times \text{د} \quad \therefore \text{ع}^2 - \text{ع}^2 = 2 \times \text{د} \times \text{ف}$$

مثال (٢) : ترك جسم كتلته ١ كجم ليسقط من ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض . احسب طاقة حركته قبل اصطدامه بالأرض مباشرة .

الحل :

$\therefore$  التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من الوزن

$$\therefore \text{ط} - ٠ = ١ \times ٩.٨ \times ٢٠ = ١٩٦ \text{ جول}$$



مثال (٧) : عند عمل أساس لمنزل أستخدمت مطرقة كتلتها ٧٠ كجم لتسقط رأسياً من ارتفاع ١٦٠ سم على أسطوانة كتلتها ٤٢ كجم لتدفعها في الأرض مسافة ١٤ سم . أوجد :

( أولاً ) كمية حركة الأسطوانة بعد التصادم مباشرة .

( ثانياً ) طاقة حركة الجسمين بعد التصادم مباشرة .

( ثالثاً ) مقدار مقاومة الأرض بثقل الكيلوجرام بفرض ثبوتها .

الحل :

( أولاً ) نحسب سرعة المطرقة قبل تصادمها بالأسطوانة من القانون  $E = \frac{1}{2}mv^2$   $E = 5,6 \text{ م/ث}$  .  
ثم نحسب السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم من معادلة الاحتفاظ بكمية الحركة :

$$E_1 + E_2 = E_3 \quad (K_1 + K_2) \times E = E_3 \quad E = 3,5 \text{ م/ث}$$

∴ كمية حركة الأسطوانة بعد التصادم مباشرة  $E_3 = E_1 + E_2 = 3,5 \times 42 = 147 \text{ كجم} \cdot \text{م/ث}$

( ثانياً ) طاقة حركة الجسمين بعد التصادم مباشرة  $E_3 = \frac{1}{2}(K_1 + K_2) \times E = 686 \text{ جول}$

( ثالثاً )  $E_1 - E_2 = (K_1 + K_2) \times d \times L - M \times L$  [ الشغل المبذول من ( الوزن + المقاومة ) ]

$$0 - 686 = 112 \times 9,8 \times 0,14 - M \times 9,8 \times 0,14$$

$$0 - 112 = 500 - M$$

$$M = 612 \text{ ث كجم}$$

مثال (٨) : قطار كتلته ٤٩ طن يسير بسرعة منتظمة على طريق أفقى مستقيم وكان مقدار مقاومة الطريق له ٧٥٠ ث كجم فإذا أوقف محركه فاحسب النقص في طاقة حركته بالجلول بعد أن يقطع مسافة ١ كم بفرض أن المقاومة ثابتة وإذا كانت طاقة حركة القطار في نهاية ذلك الكيلومتر تساوى ٢٤٥٠٠٠٠ جول . فأوجد سرعة القطار قبل إيقاف محركه . وكذلك قدرة المحرك ، ثم أوجد المسافة التى يقطعها القطار قبل أن يقف .

الحل :

∴ التغير في طاقة الحركة = الشغل المبذول من المقاومة  $7350000 - 1000 \times 9,8 \times 750 = 7350000 \text{ جول}$

∴ النقص في طاقة الحركة = ٧٣٥٠٠٠٠ جول ( هـ . ط . أولاً )

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = 7350000$$

$$7350000 - 2450000 = \frac{1}{2} \times 1000 \times 49 \times v^2$$

ومنها  $E = 20 \text{ م/ث}$

∴ القطار يسير بسرعة منتظمة  $M = 750 \text{ ث كجم}$

∴ قدرة المحرك  $P = 20 \times 750 = 15000 \text{ ث كجم} \cdot \text{م/ث}$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = M \times F$$

$$\frac{1}{2} \times 1000 \times 49 \times (400 - 0) = 9,8 \times 750 \times F$$

ومنها  $F = \frac{1}{3} \text{ كيلومتر}$

## تمارين (٤ - ٤)

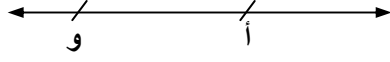
❖ استخدم مبدأ الشغل والطاقة في حل التمارين الآتية :

- (١) ترك جسم كتلته ٥ كجم ليسقط من ارتفاع ٨ متر عن سطح الأرض ، عين طاقة حركته عندما يكون على وشك الاصطدام بالأرض .  
[ الجواب : ٣٩٢ جول ]
- (٢) قذف جسم كتلته ٤٠٠ جم رأسياً لأعلى من موضع على سطح الأرض بسرعة ٧٢ كم / س . احسب طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٢٠ متر من نقطة القذف .  
[ الجواب : ١,٦ جول ]
- (٣) قذف جسم كتلته ٨ كجم رأسياً إلى أسفل من موضع يرتفع عن سطح الأرض ٥ متر بسرعة ١٨ كم / س . احسب طاقة حركته الابتدائية وكذلك طاقة حركته عندما يكون على وشك الاصطدام بالأرض .  
[ الجواب : ١٠٠ جول ، ٤٩٢ جول ]
- (٤) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم أفقياً بسرعة ٢٩٤ متر/ ث على قطعة مثبتة من الخشب فاستقرت فيها على عمق ٢٠ سم . أوجد بثقل الكجم مقدار مقاومة الخشب للرصاصة بفرض ثبوتها .  
[ الجواب : ٤٤١ ث كجم ]
- (٥) أطلقت رصاصة كتلتها ١٥ جم بسرعة مقدارها ٢٠٠ متر/ ث على حاجز رأسى سمكه ٣٢ سم وفقدت بذلك  $\frac{4}{5}$  مقدار سرعتها . أوجد بالنيوتن مقدار مقاومة الحاجز بفرض ثبوتها .  
[ الجواب : ٩٠٠ نيوتن ]
- (٦) أطلقت رصاصة أفقياً بسرعة ٨٠٠ كم / س على هدف ساكن فاستقرت فيه على عمق ٢٠ سم ، فإذا أطلقت نفس الرصاصة بنفس السرعة على هدف آخر سمكه ١٥ سم فأوجد سرعة خروج الرصاصة من هذا الهدف بفرض ثبوت المقاومة في الحالتين .  
[ الجواب : ٤٠٠ كم / س ]
- (٧) سقطت مطرقة كتلتها ١ طن من ارتفاع ٤,٩ متر رأسياً على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ كجم فدكته في الأرض مسافة ١٠ سم . أوجد :  
( أولاً ) السرعة المشتركة للمطرقة والعمود .  
( ثانياً ) طاقة الحركة المفقودة بالتصادم .  
( ثالثاً ) مقاومة الأرض .  
[ ٧ متر/ ث ، ١٤٠٠ ث كجم . متر ، ٣٦٤٠٠ ث كجم ]
- (٨) أثرت قوة مقدارها ٥ ث كجم في جسم كتلته ١٩٦ كجم فتحرك في خط مستقيم في اتجاه القوة مسافة ٢٨٠ سم وكانت طاقة حركته عنئذ ١٤١,١٢ جول . فأوجد :  
( أولاً ) مقدار الزيادة في طاقة الحركة .  
( ثانياً ) سرعة الجسم عند بدء تأثير الحركة .  
[ الجواب : ١٣٧,٢ جول ]  
[ الجواب : ٢٠ سم / ث ]
- (٩) أطلق مدفع قذيفة كتلتها ٤ كجم بسرعة ١٤٠ متر/ ث أفقياً على هدف رأسى مكون من طبقتين الأولى من الصلب والثانية من سبيكة معدنية ، فإذا كان سمك الصلب ٦ سم وسمك السبيكة ٣ سم ، وأخترقت القذيفة الصلب وتعمقت في السبيكة ٢ سم ، وكانت مقاومة الصلب تساوي مقاومة السبيكة . فاحسب المقاومة بثقل الطن .  
[ الجواب : ٥٠ ثقل طن ]
- (١٠) وضع جسم كتلته ١٠٠ جرام عند قمة مستوى مائل خشن ارتفاعه ١٠٠ سم فانزلق ووصل إلى قاعدة المستوى بسرعة ٣ متر/ ث احسب الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى للحركة .  
[ الجواب : ٠,٥٣ جول ]
- (١١) قذف جسم كتلته ٤ كجم بسرعة ٧,٢ متر/ ث في اتجاه خط أكبر ميل لمستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ولأعلى . وإذا كانت مقاومة المستوى للحركة تساوي ٢ نيوتن أوجد المسافة التي يصعد بها الجسم على المستوى حتى يسكن .  
[ الجواب : ٤,٨ متر ]
- (١٢) سقطت كرة كتلتها ١٠٠ جم من ارتفاع ٣,٦ متر على أرض أفقية ، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسياً إلى أعلى . فإذا بلغ النقص في طاقة حركتها نتيجة للاصطدام بالأرض ١,٩٦ جول . أوجد المسافة التي ارتدتها الكرة عقب الصدمة .  
[ الجواب : ١,٦ متر ]

## طاقة الوضع Potential Energy

تعريف :

طاقة الوضع لجسيم عند لحظة ما هي الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة على الجسيم إذا حركته من موضعه عند هذه اللحظة إلى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم الذي تحدث فيه الحركة .



∴ طاقة الوضع عند النقطة ٢ = الشغل المبذول للانتقال من ١ إلى ٢

ملاحظة (١) :

طاقة الوضع عند النقطة الثابتة (و) =  $W = 0$  لذلك نسمي نقطة (و) نقطة الصفر

ملاحظة (٢) :

في الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية يعتبر سطح الأرض هو نقطة الصفر لطاقة الوضع

قاعدة (١) :

التغير في طاقة الوضع لجسيم عند انتقاله من موضع ابتدائي إلى موضع نهائي يساوي سالب الشغل المبذول من القوة المؤثرة .  
 $\Delta W = -W$  ش

قاعدة (٢) :

مجموع طاقتي الحركة والوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة :  $W + E_p = W + E_p$

قاعدة (٣) :

طاقة وضع جسم كتلته ك على ارتفاع ل من سطح الأرض = ك ع ل  
 أي :  $W = \text{وزن الجسم} \times \text{ارتفاع موضعه عن سطح الأرض}$

قاعدة (٤) :

طاقة وضع جسم كتلته ك متحرك على خط أكبر ميل لمستوى مائل أملس عند موضع ما على ارتفاع ل من سطح الأرض = ك ع ل  
 أي :  $W = \text{وزن الجسم} \times \text{ارتفاعه عن سطح الأرض}$

- مثال (١) : ترك جسم كتلته ٥ كجم ليسقط من ارتفاع ٣٠ متر عن سطح الأرض . أوجد بثقل الكيلوجرام . متر كلاً من طاقة حركته وطاقة وضعه :
- ( أولاً ) لحظة سقوطه .
- ( ثانياً ) عندما يكون على ارتفاع ٢٠ متر عن سطح الأرض .
- ( ثالثاً ) لحظة وصوله لسطح الأرض .

الحل :

(أولاً) لحظة سقوطه :  $E = 0$  . ∴ طاقة الحركة = 0

، طاقة الوضع =  $E_p = 5 \times 9,8 \times 30 = 150$  جول = 150 ث كجم . متر

(ثانياً) عندما يكون الجسم على ارتفاع 20 متر عن سطح الأرض :

طاقة الوضع =  $E_p = 5 \times 9,8 \times 20 = 100$  جول = 100 ث كجم . متر

∴  $E_p + E_k = 100 + 0 = 150$  ث كجم . متر ∴  $E_p + E_k = 150 + 0 = 100$  ث كجم . متر

(ثالثاً) لحظة وصول الجسم لسطح الأرض :

∴  $E_p = 0$  ∴  $E_k = 150$  ث كجم . متر حيث  $W$  هي سطح الأرض (نقطة الصفر)

∴  $E_p + E_k = 0 + 150 = 150$  ث كجم . متر ∴  $E_p + E_k = 150$  ث كجم . متر

∴ طاقة الحركة = 150 ث كجم . متر

مثال (٢) : قذف جسم كتلته 200 جم رأسياً لأعلى من سطح الأرض بسرعة 70 متر/ث . أوجد :

(أولاً) مجموع طاقتي الحركة والوضع بعد 5 ثوان من لحظة قذفه بثقل الكجم . متر .

(ثانياً) طاقة الحركة والسرعة والزمن الذي تبلغ فيه طاقة الوضع 49,98 ث كجم . متر .

الحل :

(أولاً) عند لحظة القذف :  $E_k = 70$  متر/ث ،  $E_p = 0$  متر

∴  $E_p + E_k = 0 + 70 = 70$  جول = 70 ث كجم . متر ∴  $E_p + E_k = 70$  ث كجم . متر

∴  $E_p + E_k = 70$  ث كجم . متر ∴ مجموع طاقتي الحركة والوضع عند لحظة القذف = 70 ث كجم . متر

∴ هذا المجموع ثابتاً أثناء الحركة ∴ المجموع بعد 5 ثوان = 70 ث كجم . متر

(ثانياً) ∴  $E_p + E_k = 70$  ∴  $E_p = 49,98$  ∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر

∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر ∴  $E_p = 49,98$  ∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر ∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر

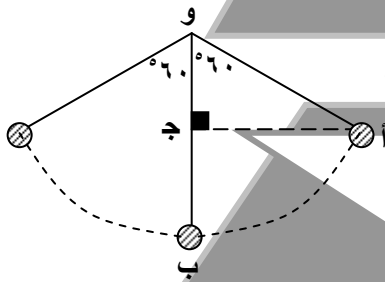
∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر ∴  $E_p = 49,98$  ∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر ∴  $E_k = 20,02$  ث كجم . متر

مثال (٣) : الشكل المقابل يمثل بندول بسيط طول خيطه 80 سم

يبدأ البندول الحركة من السكون من النقطة (أ)

ويترك حراً ليتذبذب في زاوية قياسها 120°

أوجد سرعة الكرة عند منتصف المسار (ب) .



الحل :

من الشكل :  $W = B = 80$  سم = 0,8 متر ∴  $E_p = 80$  سم = 0,8 متر

∴  $E_p + E_k = 80 + 0 = 80$  ث كجم . متر ∴  $E_p + E_k = 80$  ث كجم . متر ∴  $E_p + E_k = 80$  ث كجم . متر

∴  $E_p = 80$  ث كجم . متر ∴  $E_k = 0$  ∴  $E_p = 80$  ث كجم . متر ∴  $E_k = 0$  ∴  $E_p = 80$  ث كجم . متر



(١) احسب طاقة وضع جسم كتلته ٣ كجم على ارتفاع ١٠ متر عن سطح الأرض مقدراً الجواب بالجول .

[ الجواب : ٢٩٤ جول ]

(٢) هبطت طائرة عمودية ( هيليكوبتر ) وزنها ٣٠٠٠ ث كجم رأسياً من ارتفاع ٢٠٠ متر إلى ارتفاع ٥٠ متر عن سطح الأرض .  
أوجد مقدار النقص في طاقة وضعها .

[ الجواب : ٤٤١٠٠٠٠ جول ]

(٣) رفع ونش جسماً وزنه ٤٥٠ ث كجم رأسياً من موضعه على سطح الأرض إلى موضع آخر على ارتفاع ٨ متر .  
أوجد مقدار الزيادة في طاقة وضعه .

[ الجواب : ٣٥٢٨٠ جول ]

(٤) سقط جسم كتلته ٥ كجم من ارتفاع ١٠ متر عن سطح الأرض . أوجد مجموع طاقتي الحركة والوضع للجسم عند أي لحظة أثناء سقوطه . ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٤ متر عن سطح الأرض .

[ الجواب : ٤٩٠ ، ٢٩٤ جول ]

(٥) بندول بسيط يتكون من خيط طوله ١٣٠ سم ويحمل في طرفه كتلة مقدارها ٦٠٠ جم ويتذبذب في زاوية قياسها ٢ هـ حيث

$$\frac{5}{12} = \text{ظا هـ} \quad \text{أوجد :}$$

( أولاً ) طاقة الوضع .

( ثانياً ) سرعة الكتلة عن منتصف المسار .

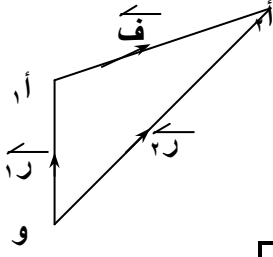
[ الجواب : ٦٠٠٠ ث جم . سم ، ١٤٠ سم / ث ]

لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد

# نظري الديناميكا

alyeldeen.com

### العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزاحة :



إذا رمزنا لمتجه موضع الجسم عند ٢ بالرمز  $\vec{r}_2$  ، بالرمز  $\vec{r}_1$  ،  
 لمتجه الموضع عند ١ بالرمز  $\vec{r}_1$  ، و لمتجه الإزاحة  
 التي طرأت على الجسم بالرمز  $\vec{F}$  فإن :  
 $\vec{F} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

### العلاقة بين متجهى الإزاحة والسرعة فى الحركة المنتظمة

$$\vec{F} = \vec{v} \times \vec{t}$$

### تعريف متجه السرعة المتوسطة

متجه السرعة المتوسطة للجسيم خلال فترة زمنية معلومة هو خارج قسمة متجه إزاحة الجسم على قيمة هذه الفترة ويرمز له بالرمز  $\vec{v}$ .  

$$\vec{v} = \frac{\vec{F}}{t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

### ملاحظات هامة

- إذا تحرك جسيم على خط مستقيم وفى اتجاه واحد فإن : معيار الإزاحة = المسافة المقطوعة .
- عند حل مسائل الحركة المنتظمة لأكثر من جسيم يجب فرض متجه وحدة  $\hat{i}$  نعتبر اتجاهه هو الاتجاه الموجب فيكون الاتجاه المضاد هو الاتجاه السالب .

### السرعة النسبية لجسم بالنسبة لجسم آخر

متجه سرعة ب بالنسبة إلى ٢ = متجه سرعة ب - متجه سرعة ٢  
 وتكتب رمزياً كالآتى :  $\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

### ملخص قوانين الحركة

(١) الحركة المنتظمة : المسافة = السرعة × الزمن

(٢) الحركة المتغيرة : الإزاحة = السرعة المتوسطة × الزمن

(٣) الحركة المنتظمة التغير :

القانون الأول :  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$  ، القانون الثانى :  $\vec{F} = \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$  ، القانون الثالث :  $\vec{F} = \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

### ملاحظات

(١) السرعة المتوسطة = السرعة عند منتصف الفترة الزمنية .

فمثلاً : السرعة المتوسطة للثانية الخامسة فقط = السرعة فى منتصف هذه الفترة الزمنية = السرعة بعد ٤,٥ ثانية

(٢) إذا كان :  $\vec{v}_1$  ،  $\vec{v}_2$  هما سرعتا جسيم عند لحظتين زمنيتين متتاليتين  $t_1$  ،  $t_2$  على الترتيب فإن :  $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{a}(t_2 - t_1)$

### الحركة تحت تأثير الجاذبية الأرضية

(أولاً) إذا كان الجسم ساقطاً أو مقذوفاً نحو سطح الأرض :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t , \vec{F} = \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 , \vec{F} = \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

(ثانياً) إذا كان الجسم مقذوفاً إلى أعلى : نفس القوانين السابقة بأخذ  $\vec{g}$  بإشارة سالبة .

إذا قذف جسيم رأسياً إلى أعلى فإن :

( أ ) زمن الصعود = زمن الهبوط ( ب ) السرعة التي يعود بها إلى نقطة القذف = سرعة القذف

### مشتقة الدالة المتجهة

(١)  $\vec{f} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  حيث  $\vec{f}$  متجه الإزاحة بين اللحظة الابتدائية واللحظة النهائية .

(٢) متجه السرعة هو المشتقة الأولى لمتجه الموضع أي :  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

(٣) متجه العجلة هو المشتقة الأولى لمتجه السرعة . أي :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

لإثبات أن الحركة متسارعة تثبت أن :  $\frac{dv}{dt} > 0$   $\frac{dv}{dt} < 0$  ولإثبات أن الحركة تقصيرية تثبت أن :  $\frac{dv}{dt} < 0$   $\frac{dv}{dt} > 0$

### قوانين نيوتن للحركة وتطبيقات بسيطة عليها

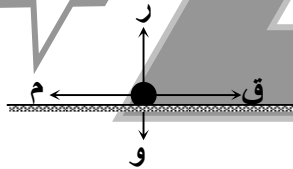
#### كمية الحركة

يعرف متجه كمية الحركة للجسيم بأنه حاصل ضرب كتلة الجسيم  $\times$  متجه سرعته ونرمز له بالرمز (م) ويكون :  $\vec{p} = m \times \vec{v}$  القياس الجبري لكمية الحركة هو  $m \times v$  (مقدار كمية الحركة)

#### القانون الأول لنيوتن

يظل كل جسم على حالته من سكون أو حركة منتظمة ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجي يغير من حالته

#### تطبيقات القانون الأول



(١) الحركة الأفقية بسرعة منتظمة :

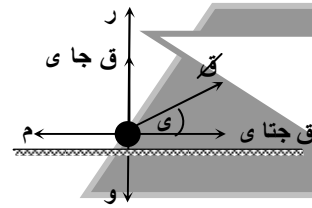
إذا تحرك جسم وزنه (و) على مستوى أفقي بتأثير قوة أفقية مقدارها (ق) ضد مقاومات للحركة مقدارها (م) وكان الجسم متحركاً بسرعة منتظمة فإن :

$$F = m, \quad W = 0$$

(٢) الحركة الأفقية المنتظمة بتأثير قوة مائلة :

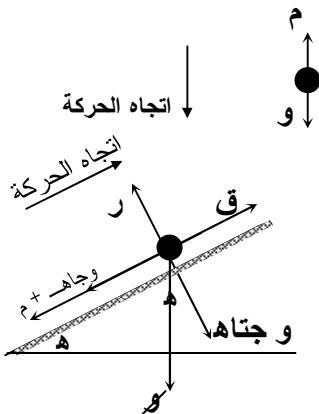
بتحليل القوة ق المائلة يكون :

$$F \cos \theta = m, \quad W = F \sin \theta$$



(٣) الحركة الرأسية بسرعة منتظمة :

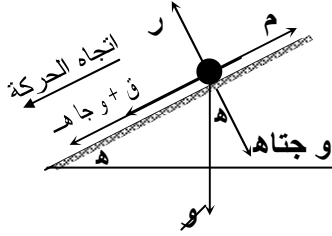
$$F = m, \quad W = 0$$



(٥) الحركة على مستوى مائل بسرعة منتظمة :

أولاً : إذا كانت الحركة إلى أعلى المستوى

$$F \cos \theta = m, \quad W = F \sin \theta$$



$$و = و جا ه + م$$

$$ر = و جتا ه$$

#### ملاحظات هامة

- (١) التحرك بأقصى سرعة معناه التحرك بسرعة منتظمة
- (٢) إذا تحرك جسم تحت تأثير مقاومة تتناسب طرديا مع سرعته فإن :  $م = ك \times ع$  (ك = ثابت) أو  $\frac{م}{ع} = \frac{م}{ع}$

#### القانون الثانى لنيوتن

معدل تغير كمية حركة الجسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثه له ويكون فى اتجاهها

- الصورة الاتجاهية :  $ك ج = و$  أى أن : الكتلة  $\times$  متجه العجلة = متجه القوة
- الصورة القياسية :  $ك ج = و$  أى أن : الكتلة  $\times$  مقدار العجلة = مقدار القوة

#### الوحدات المستخدمة فى معادلة الحركة

$$ك (كجم) \times ج (متر / ث^2) = ق (نيوتن) \quad ك (كجم) \times ج (سم / ث^2) = و (داين)$$

#### كيفية إيجاد معادلة الحركة

- (١) نعين القوى التى تؤثر على الجسم وتعمل فى اتجاه الحركة وكذلك القوى التى تعمل فى الاتجاه المضاد للحركة ونوجد محصلة هذه القوى أى القوة التى تسبب العجلة
- (٢) نعوض فى القانون  $و = ك ج$  حيث  $و$  مقدار القوة المحركة (المسببة للعجلة) ،  $ك$  كتلة الجسم المتحرك ،  $ج$  مقدار العجلة
- (٣) عند استخدام معادلة الحركة  $و = ك ج$  يجب أن تكون  $و$  بالوحدات المطلقة التى تناظر وحدات الكتلة ، ووحدات العجلة كما هو موضح بالفقرة السابقة .

#### توازن أو حركة جسم موضوع داخل مصعد متحرك

(أولا) إذا كان الجسم موضوعا على أرض المصعد :  
يوجد ثلاث حالات :

[ أ ] إذا كان المصعد ساكنا أو متحركا بسرعة منتظمة :  $ر = ك ع$

ونعبر عن ذلك بأن ضغط الجسم على أرض المصعد يكون مساويا لوزنه

[ ب ] إذا كان المصعد متحركا إلى أعلى بعجلة منتظمة :  $ر = ك (ع + ج)$

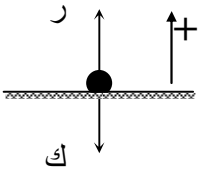
ونعبر عن ذلك بأن ضغط الجسم على أرض المصعد يكون أكبر من وزنه

[ ج ] إذا كان المصعد متحركا إلى أسفل بعجلة منتظمة :  $ر = ك (ع - ج)$

ونعبر عن ذلك بأن ضغط الجسم على أرض المصعد يكون اقل من وزنه

(ثانيا) إذا علق الجسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف المصعد :

نستبدل (ر) بـ (ش) فى العلاقات السابقة



## الدفع

تعريف : حاصل ضرب متجه القوة في زمن تأثيرها يسمى بالدفع ويرمز له بالرمز  $\vec{d}$  .  $\vec{d} = \vec{v} \times \vec{v}$  .  
 أى أن الدفع متجه له نفس اتجاه متجه القوة .  $\vec{d} = \vec{v} \times \vec{v}$  .

## نظرية

إذا أثرت قوة ثابتة على جسيم لفترة زمنية متناهية في الصغر فإن التغير في كمية حركته خلال هذه الفترة الزمنية يساوى دفع القوة :  $\vec{d} = \vec{v} \times \vec{v} = \vec{v} \times \vec{v}$  حيث  $\vec{v} =$  السرعة عند اللحظة  $\vec{v}$  ،  $\vec{v} =$  السرعة عند اللحظة  $(\vec{v} + \vec{v})$

## ملاحظة هامة

عند استخدام العلاقة السابقة يجب مراعاة الآتى :

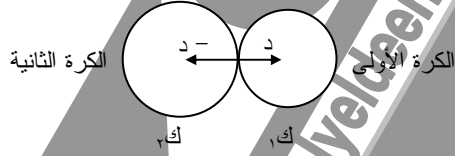
- (١) أن تكون  $\vec{v}$  بالوحدات المطلقة : نيوتن أو دابن ، وأن تكون السرعة بالمتز / ث أو بالسم / ث
- (٢) أن تحدد إشارة كل من  $\vec{v}$  ،  $\vec{v}$  ،  $\vec{v}$  بالنسبة لمتجه وحدة ثابت .

## تعريف : القوى الدفعية

هى قوة كبيرة جداً تؤثر في الجسم فترة زمنية صغيرة جداً فتحدث تغيراً محسوساً في كمية حركته ( مثل انفجار البارود ... )

## التصادم

نظرية : إذا تصادمت كرتان ملساوان فإن مجموع كميتى حركتهما لا يتغير نتيجة للتصادم



أى أن : مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم .

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$$

- ملاحظة هامة : دفع الكرة الثانية على الأولى = التغير في كمية حركة الكرة الأولى =  $\vec{v}_1' - \vec{v}_1$  ،  $\vec{v}_1' - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}_2'$  ، دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير في كمية حركة الكرة الثانية =  $\vec{v}_2' - \vec{v}_2$  ،  $\vec{v}_2' - \vec{v}_2 = -(\vec{v}_1' - \vec{v}_1)$

## ملاحظة هامة

إذا تصادمت جسمان وكونا جسماً واحداً يتحرك بسرعة مشتركة  $\vec{v}$  مثلاً فإن معادلة كمية الحركة هى :

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v} \times (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$$

## الشغل والقدرة والطاقة

### ( أولاً ) الشغل

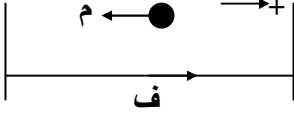
الشغل المبذول من قوة  $\vec{v}$  عندما تنتقل نقطة تأثيرها إزاحة  $\vec{v}$  هو :  $\vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{v}$

## ملاحظات هامة

- (١) الشغل هو كمية قياسية قد تكون موجبة أو سالبة أو صفراً تبعاً لمقدار واتجاه كل من المتجهين  $\vec{v}$  ،  $\vec{v}$  .
- (٢)  $\vec{v} \cdot \vec{v} = \|\vec{v}\| \|\vec{v}\| \cos \theta$  حيث  $\theta$  هو قياس الزاوية بين المتجهين  $\vec{v}$  ،  $\vec{v}$  .  
 وتستخدم هذه العلاقة لإيجاد مقدار الشغل إذا علم مقدار القوة ومقدار الإزاحة وقياس الزاوية بينهما .

هو الشغل المبذول من مقاومة ثابتة مقدارها م عند تحرك الجسم فى اتجاه مضاد لها مع إزاحة مقدارها ف

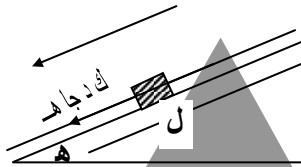
$$ش = - م \times ف$$



### قاعدة هامة

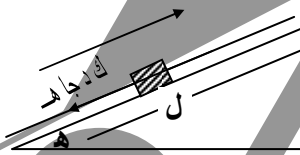
إذا تحرك جسيم على مستو مائل فإن الشغل الذى يبذله وزن الجسيم يساوى الشغل المبذول بواسطة مركبة الوزن الموازية لخط أكبر ميل للمستوى .

- أولاً : إذا كان الجسم يتحرك فى اتجاه أكبر ميل لمستوى :  
[ أ ] إذا كان مقدار الإزاحة على المستوى إلى أسفل = ل



$$ش = ك \times ل \text{ جا هـ}$$

- [ ب ] إذا كان مقدار الإزاحة على المستوى إلى أعلى = ل



$$ش = - ك \times ل \text{ جا هـ}$$

- ثانياً : إذا كان الجسم يتحرك رأسياً :

- [ أ ] إذا كان مقدار الإزاحة = ل إلى أسفل فإن : ش = ك \times ل

- [ ب ] إذا كان مقدار الإزاحة = ل إلى أعلى فإن : ش = - ك \times ل

### (ثانياً) القدرة

القدرة هى المعدل الزمنى لبذل الشغل . ∴ القدرة =  $\frac{ش}{ز}$  =  $\frac{ش}{ز} \times ع = ع \times و$

أى أن القدرة كمية قياسية وتتبعين من العلاقة : القدرة = حاصل ضرب القياسين الجبريين لمتجهى القوة والسرعة

### ملاحظة هامة

قدرة الآله تكون ثابتة عندما تتحرك بأقصى سرعة .

وتكون قوة الآله = المقاومات الكلية

∴ أقصى قدرة للآلة = قوة الآلة × أقصى سرعة لها

### (ثالثاً) الطاقة

$$ط = \frac{1}{2} ك \times ع^2 \parallel \frac{1}{2} ك \times ع^2 = \frac{1}{2} ك (ع \odot ع)$$

وهى كمية قياسية غير سالبة تتغير من لحظة لأخرى تبعاً للسرعة .

### مبدأ الشغل والطاقة

(١) إذا كانت ط . هى طاقة حركة الجسم عند الموضع الابتدائى له ، ط هى طاقة حركة الجسم عند الموضع النهائى له

، ش = الشغل المبذول من القوة خلال الإزاحة بين هذين الموضعين فإن : ش = ط - ط .

(٢) إذا كانت كتلة الجسم ك ثابتة وتغير سرعته من ع . إلى ع بتأثير قوة ثابتة ق وكان مقدار إزاحته خلال هذه الفترة = ف

$$\text{فإن : } \frac{1}{2} \times \text{ف} = \frac{1}{2} \text{ك ع}^2 - \frac{1}{2} \text{ك ع}^1$$

(٣) طاقة الحركة المكتسبة أو المفقودة = الزيادة أو النقص في طاقة الحركة = ط - ط .

(٤) العلاقة بين طاقة الوضع والشغل المبذول :  $\text{ض} - \text{ض} = \text{ش}$

حيث ض. طاقة الوضع الابتدائية ، ض طاقة الوضع النهائية

(٥) طاقة الوضع لجسم يتحرك رأسياً تحت تأثير وزنه فقط :  $\text{ض} = \text{ك ع ل}$  حيث ل ارتفاع الجسم عن سطح الأرض

(٦) قاعدة ثبوت مجموع طاقتي الحركة والوضع :  $\text{ط} + \text{ض} = \text{ط} + \text{ض}$

$$\text{أو } \frac{1}{2} \text{ك ع}^2 + \text{ك ع ل} = \frac{1}{2} \text{ك ع}^2 + \text{ك ع ل}$$

### بعض الإثباتات الهامة في الميكانيكا

#### الدفع = التغير في كمية الحركة

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{ج ن} \quad \therefore \text{ع} - \text{ع} = \text{ج ن} \quad \text{بالضرب} \times \text{ك}$$

$$\therefore \text{ك} (\text{ع} - \text{ع}) = \text{ك ج ن} \quad \therefore \text{ك} (\text{ع} - \text{ع}) = \text{ج ن} \times \text{ك}$$

#### إذا تصادمت كرتان متساوان فإن مجموع كميتي حركتهما لا يتغير

نفرض أن كتلتى الكرتين هما  $\text{ك}_1$  ،  $\text{ك}_2$  وسرعتيهما قبل التصادم  $\text{ع}_1$  ،  $\text{ع}_2$  وبعد التصادم  $\text{ع}_1'$  ،  $\text{ع}_2'$

$$\therefore \text{دفع القوة المؤثرة على الكرة الأولى} = \text{د} = \text{ك}_1 \text{ع}_1' - \text{ك}_1 \text{ع}_1$$

$$\text{دفع القوة المؤثرة على الكرة الثانية} = \text{د} = \text{ك}_2 \text{ع}_2' - \text{ك}_2 \text{ع}_2$$

$$\text{بالجمع} \therefore \text{ك}_1 \text{ع}_1' - \text{ك}_1 \text{ع}_1 + \text{ك}_2 \text{ع}_2' - \text{ك}_2 \text{ع}_2 = \text{د} - \text{د} = 0$$

$$\therefore \text{ك}_1 \text{ع}_1' + \text{ك}_2 \text{ع}_2' = \text{ك}_1 \text{ع}_1 + \text{ك}_2 \text{ع}_2$$

#### التغير في طاقة الحركة = الشغل المبذول

$$\therefore \text{ع}^2 = \text{ع}^1 + 2 \text{ج ف} \quad \therefore \text{ع}^2 - \text{ع}^1 = 2 \text{ج ف} \quad \text{وبالضرب} \times \frac{1}{2} \text{ك}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}^1) = \text{ك ج ف} \quad \therefore \text{ط} - \text{ط} = \text{ش} \times \text{ك}$$

#### مجموع طاقتي الحركة والوضع عند أى لحظة يساوى مقدار ثابت

$$\therefore \text{ط} - \text{ط} = \text{ش} \dots \dots \dots (١) \quad \text{ض} - \text{ض} = \text{ش} \dots \dots \dots (٢)$$

$$\text{بالجمع (١) + (٢)} \quad \therefore \text{ط} - \text{ط} + \text{ض} - \text{ض} = 0 \quad \therefore \text{ط} + \text{ض} = \text{ط} + \text{ض}$$

#### معدل التغير الزمنى لطاقة الحركة يساوى القدرة

$$\frac{\text{ع}}{\text{ن}} = \left( \frac{1}{2} \text{ك ع}^2 \right) = \frac{1}{2} \text{ك} \times \frac{\text{ع}^2}{\text{ن}} = \frac{1}{2} \text{ك} \times \text{ع} \times \frac{\text{ع}}{\text{ن}} = \text{ع} \times \text{ش} = \text{القدرة}$$



### عزم الازدواج هو متجه ثابت

∴ عزم الازدواج = مجموع عزمى قوتى الازدواج بالنسبة لنقطة اختيارية مثل ( و ) فى مستوى القوتين

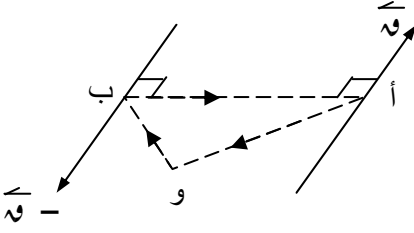
$$\therefore \vec{J}_O = \vec{r}_O \times \vec{F}_1 + \vec{r}_O \times \vec{F}_2 \quad (1)$$

$$= \vec{r}_O \times \vec{F}_1 + \vec{r}_O \times \vec{F}_2$$

$$= \vec{r}_O \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \vec{r}_O \times \vec{F} = \vec{J}_O$$

∴ النقطتان ١ ، ٢ لا تعتمدان على موضع النقطة و

∴ مجموع عزمى قوتى الازدواج لا يتوقف على موضع ( و ) . وهو بهذا المعنى متجه ثابت .



مجموع عزوم عدة قوى متلاقية فى نقطة بالنسبة لأى نقطة فى الفراغ يساوى عزم محصلة هذه القوى بالنسبة لنفس النقطة .

نفرض أن :  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$  مجموعة محدودة من القوى المتلاقية فى نقطة ( ٢ ) وأن نقطة ( و ) هى أى نقطة فى الفراغ .

∴ محصلة مجموعة القوى هى :

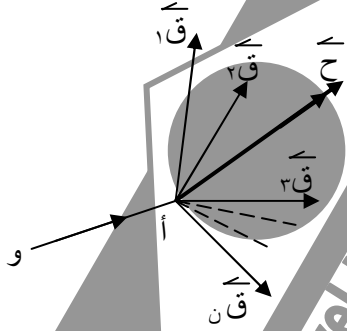
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n \quad \text{ونمر بنقطة ٢ .}$$

بفرض أن مجموع عزوم هذه القوى بالنسبة لنقطة ( و ) هو  $\vec{J}_O$

$$\therefore \vec{J}_O = \vec{r}_O \times \vec{F}_1 + \vec{r}_O \times \vec{F}_2 + \vec{r}_O \times \vec{F}_3 + \dots + \vec{r}_O \times \vec{F}_n$$

$$= \vec{r}_O \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n)$$

$$= \vec{r}_O \times \vec{F} = \vec{J}_O$$



### بعض التعريفات الهامة

تعريف متجه كمية الحركة جسم : هى حاصل ضرب كتلة الجسم فى سرعته اللحظية .

تعريف دفع القوة : إذا أثرت قوة ثابتة  $\vec{F}$  على جسيم ثابت الكتلة خلال فترة زمنية  $\Delta t$  فإن حاصل ضرب متجه القوة فى زمن

تأثيرها يسمى بالدفع ويرمز له بالرمز  $\vec{J}$  .

$$\text{العلاقة بين الدفع وكمية الحركة : } \vec{J} = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$$

تعريف القدرة : هى المعدل الزمنى لبذل الشغل

تعريف الوات : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره نيوتن . متر ( أو جول ) فى كل ثانية .

تعريف الحصان : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره ٧٥ ثقل كيلوجرام . متر فى كل ثانية .

تعريف طاقة الحركة : هى نصف حاصل ضرب كتلة الجسيم فى مربع معيار سرعته ويرمز لها بالرمز  $E_k$  .

تعريف الازدواج : هو مجموعة مكونة من قوتين متساويتين فى المعيار ومتضادتين فى الاتجاه ولا يجمعهما خط عمل واحد .

## الوحدات المستخدمة

الموضوع	الوحدة الأساسية	الوحدات العملية
الزمن ( ن )	الثانية	الدقيقة ، الساعة ، .....
مقياس الإزاحة ( ف )	سم ، متر	مليمتر = ٠,١ سم ، كم = ١٠٠٠ متر
مقياس السرعة ( ع )	سم / ث ، متر / ث	كم / س = ( ٩ / ٢٥٠ ) سم / ث ( ١٨ / ٥ ) متر / ث =
مقياس العجلة ( ج )	سم / ث <sup>٢</sup> ، متر / ث <sup>٢</sup>	كم / س / ث = ( ٩ / ٢٥٠ ) سم / ث <sup>٢</sup> ( ١٨ / ٥ ) متر / ث <sup>٢</sup> =
الكتلة ( ك )	الجرام ( جم ) ، الكيلوجرام ( كجم )	ديسيجرام = ٠,١ جم ، سنتيجرام = ٠,٠١ جم مليجرام = ٠,٠٠١ جم ، الكجم = ١٠٠٠ جم ، الطن = ١٠٠٠ كجم
مقياس كمية الحركة ( م = ك ع )	جم . سم / ث ، كجم . متر / ث	
مقياس القوة ( هـ )	داين ، نيوتن النيوتن = ١٠ داين	ث جم = ٩٨٠ داين ث كجم = ٩,٨ نيوتن = ٩,٨ × ١٠ <sup>٥</sup> داين ث طن = ٩,٨ × ١٠٠٠ نيوتن
مقياس الدفع ( د )	داين . ث ، نيوتن . ث	جم . سم / ث ، كجم . متر / ث
الشغل أو الطاقة	الإرج = داين . سم ، الجول = نيوتن . متر	الإرج = ١٠ <sup>٧</sup> جول الكيلوجرام متر = ٩,٨ جول = ٩,٨ × ١٠ <sup>٧</sup> إرج
القدرة	إرج / ث = داين . سم / ث ، الوات = نيوتن . متر / ث	الوات = ١٠ <sup>٧</sup> إرج / ث الكيلووات = ١٠٠٠ وات = ١٠ <sup>١٠</sup> إرج / ث ث كجم . متر / ث = ٩,٨ وات الحصان = ٧٥ ث كجم . متر / ث = ٧٥ × ٩,٨ وات = ٧٣٥ وات

تم بحمد الله منهج الديناميكا